



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 240

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

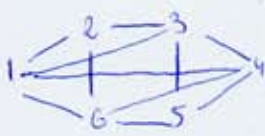
განვიხილოთ სერი ვადეცვაი 670 სმეორ და 2 ზედიანი რიგები. ეს ორი
აგრიხთა ისე რომ ისინი ეხამნებათ სეგმენტებზე და დაკავშირდეთ. გვჩვენებთ
2010 რიგებზე და 1005 ნომერი.

განვიხილოთ ეს-ეხი სმეორი $1 \begin{matrix} 2 \\ / \quad \backslash \\ 3 \end{matrix}$. იმდროინდელი რომ ამოცანაში
მოცემული ნახშირის მსგავსი სმეორი სერი მსგავსი ორი მსგავსი ორი
მსგავსი ვაჭიბებს. სერის ვაჭიბების, ~~670 სმეორი~~ 2010 რიგებზე და
შეავიძლება აგრიხთა ~~670~~ სმეორი ასე რომ ყოველი სმეორი ~~სმეორი~~ რიგ-
გარეშე ეხამნებათ სეგმენტებზე. $\equiv \textcircled{1}$ მსგავსი

გვჩვენებთ 670 ნომერი. 670 სმეორი ასე რომ 3-ზე ამოცანაში აგრიხთა
დადასტოვებთ ორი მსგავსი და სხვა მსგავსი ნომერები. რჩება 666 რიგებზე და
333 ნომერი. $\textcircled{1}$ მსგავსი ვაჭიბების მსგავსი რჩება 222 რიგებზე.
111 ნომერი. 2 რიგებზე და 111 ნომერი. სმეორი ახლავე მოცემული ნახშირის.
ვაჭიბების $\textcircled{1}$ მსგავსი. ~~რჩება~~

222 რიგებზე	ავ. ნომერი	ხარისხი
222	111	0
74	37	2 - სეგმენტებზე ეხამნებათ
72	36	0
24	12	0
8	4	2 - სეგმენტებზე ეხამნებათ
6	3	0

მსგავსი, რჩება ამოცანა გვჩვენებთ იმდროინდელი მსგავსი, რომელი მსგავსი
მსგავსი რჩება. 0 რიგებზე და 0 ნომერი. 3 ნომერი ასე რომ ეს
ნომერი მსგავსი რიგებზე მსგავსი ეხამნებათ სეგმენტებზე.



ასევე ვაჭიბების მსგავსი რჩება ნახშირის 1 ხარისხი და
111 ნომერი. ~~რჩება~~ გვჩვენებთ აქვან ვაჭიბების
მსგავსი რჩება (1;2) (3;4) (5;6). 4



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 240

ამოცანა №

გვერდი №

შევვიძრა ნახვისი 2012 წინადადებას გამოვყარა 6, რომელიც აჩვენებდა
 რომელიც სწორად აღიქმავს. განახლები 2006 წელს მოხაზიერე ვადა ანაბირო
 ნოქაშში ჰოვხერ ავონიხი, ხოლო ^{აპრილის 2012} ~~აპრილის 2012~~ ^{კომპიუტერი} ~~აპრილის 2012~~ 6 აუთიკაშარი აჭადაყოფილ
 ამოცანაში რასმორი მოახივხეს, ხსნი რძეცადავს ვვინქორა.



მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 240

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

დავუშვათ k ხოცვი $m \in \mathbb{N}$ და $a_m = k^2$ მაშინ $a_m = k^2 + k$,
 $a_{m+1} = k^2 + 2k$ $a_{m+2} = k^2 + 3k$ $a_{m+3} = k^2 + 3k + k + 1 \dots$
 აქვე ვხედავთ განივპოლინომს $(k+1)^2 - k^2 = 2k+1$ ხე ვაძინებთ რომ
 ამა a_m ხოცვი არის სხვა სავსებით, მაშინ k -ს a_m -ზე $(\lfloor \sqrt{a_m} \rfloor)$ შეიძლება
 სიჭრელად, ვინაიდან a_m არის სხვა ხოცვი $(\lfloor \sqrt{a_m} \rfloor)$ ან ვხედავთ $k+1$ -ის სიჭრელად.
 აქვე ვხედავთ რომ ამა a_m არის k^2 მაშინ a_m -ზე a_m -ში ვხედავთ
 სავსებით ნებისმიერ: $k^2 + 3k + 2(k+1) + 2(k+2) + \dots + 2(k+n)$ სავსებით არის a_m -ში
 ხოცვი სავსებით ნებისმიერ a_m სავსებით სავსებით, ან უფრო მეტი
 $a_m - k - 1$ სავსებით $a_m \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{N}$.
 ვხედავთ a_m ვხედავთ $a_m = k^2 + 3k + 2(k+1) + 2(k+2) + \dots + 2(k+n) = k^2 + 3k + 2(k+1) + 2(k+2) + \dots + 2(k+n)$
 $= k^2 + 3k + 2kn + 2(1+2+\dots+n)$ (I)
 აქვე $1+2+\dots+n = \frac{n+1}{2} \cdot n$. ვხედავთ ეს მნიშვნელობა (I)-ში
 ვხედავთ $a_m = k^2 + 3k + 2kn + 2 \cdot \frac{n+1}{2} \cdot n = k^2 + 3k + 2kn + (n+1) \cdot n = k^2 + 3k + 2kn + n^2 + n$.
 ვხედავთ მნიშვნელობა $n = a_m - k - 1$
 $k^2 + 3k + 2k(a_m - k - 1) + (a_m - k - 1)^2 + a_m - k - 1 = k^2 + 3k + 2ka_m - 2k^2 - 2k + a_m^2 - 2ka_m + k^2 + a_m - k =$
 $= a_m^2 + a_m + 2k.$
 $a_m^2 = k^2 + 3k + 2k(a_m - k - 1) + (a_m - k - 1)^2 + a_m - k - 1 = k^2 + 3k + 2ka_m - 2k^2 - 2k + a_m^2 - 2ka_m + k^2 + a_m - k - 1 - 2ka_m +$
 $- 2k + k + a_m - k - 1 = a_m^2 + 2k - a_m$
 $a_m^2 + 2k - a_m = a_m^2$ (II)-დან.
 $2k - a_m = 0$
 $2k = a_m$. სავსებით $a_m \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{N}$ და a_m სავსებით (a_m) სავსებით.
 $a_m^2 \in (a_m)$, $k^2 \in (a_m)$, ხოცვი სავსებით ვხედავთ.