შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

**შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი**

**შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის**

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 240

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

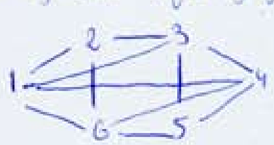
~~[illegible]~~ ხუთ გვერდზე 670 [illegible] და 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 2010 [illegible] და 1005 [illegible].

[illegible] [illegible] [illegible] 1 2 3 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ~~670 [illegible]~~ 2010 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ~~1340~~ 670 წყვილი [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]. = I [illegible]

[illegible] 670 [illegible]. 670 [illegible] [illegible] [illegible] 3-ზე [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]. [illegible] 666 [illegible] და 333 [illegible]. I [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 222 [illegible] 111 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]. [illegible] I [illegible].

| ~~222~~ [illegible] | [illegible] | [illegible] |
|---|---|---|
| 222 | 111 | 0 |
| 74 | 37 | 2 - [illegible] [illegible] |
| 72 | 36 | 0. |
| 24 | 12 | 0. |
| 8 | 4 | 2 - [illegible] [illegible] |
| 6. | 3 | 0. |

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]. 6 [illegible] [illegible] [illegible] 3 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible].



[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], ~~[illegible] [illegible] [illegible]~~ [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] (1;2) (3;4) (5;6).

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

**შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი**

**შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის**

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 240

ამოცანა № 1

გვერდი № 2

შეგვიძლია საწყისი 2012 ელემენტიდან გამოვყოთ 6, რომელიც [illegible] კომბინაციას ასრულებს. დანარჩენი 2006 ~~[illegible]~~ [illegible] გადავანაწილოთ [illegible] როგორც ავირჩიეთ, ხოლო [illegible] ვიმეორებთ ~~[illegible]~~ 6 ელემენტი აკმაყოფილებს ამოცანაში დასმულ მოთხოვნას, რაც დამტკიცება გვინდოდა.

# შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

## შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 240

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

დავუშვათ რომ m ნომერი ($m \in N$) და $a_m = k^2$ მაშინ $a_{m+1} = k^2+k$,
$a_{m+2} = k^2+2k$ $a_{m+3} = k^2+3k$. $a_{m+4} = k^2+3k+k+1$...
ასევე ცხადია გვაინტერესებს რომ $(k+1)^2 - k^2 = 2k+1$ ეს იმას ნიშნავს რომ
ეს $a_m$ ნომერი არის სრული კვადრატი, მაშინ k-ს დაემატება ($[\sqrt{a_n}]$) მეორეჯერ
სამჯერ, ~~ხოლო~~ ხოლო დანარჩენი ნომერი $[\sqrt{a_n}]$-ს დაემატება $k+1$-ის ტოლი.
ახლა განვიხილოთ ეს $a_m$ არის რიცხვი $k^2$ მაშინ მომდევნო შემდეგ
კვადრატი იქნება: $k^2+3k+2(k+1)+2(k+2)+\ldots+2(k+n)$ სადაც n არის მომდევ-
ნო სრული კვადრატები, ვთქვათ $\ell^2$ სრული კვადრატის ნომერი, ან უფრო ზუსტად
$\ell-k-1$ სადაც $\ell \in N$, $k \in N$.
გარდავქმნათ გამოვსახოთ $\ell^2 = k^2+3k+2(k+1)+2(k+2)+\ldots+2(k+n) = k^2+3k+2(k+1+k+2+\ldots+k+n) =$
$= k^2+3k+2kn+2(1+2+\ldots+n)$ (I)
ვიცით $1+2+\ldots+n = \frac{n+1}{2} \cdot n$. შევიტანოთ ეს მნიშვნელობა (I)-ში
მივიღებთ $\ell^2 = k^2+3k+2kn+2\cdot\frac{n+1}{2}\cdot n = k^2+3k+2kn+(n+1)\cdot n = k^2+3k+2kn+n^2+n$.
შევიტანოთ მნიშვნელობა $n = \ell-k-1$

$\cancel{k^2+3k+2k(\ell-k)+(\ell-k)^2+\ell-k = k^2+3k+2k\ell-2k^2+\ell^2-2k\ell+k^2+\ell-k =}$
$\cancel{=\ell^2+\ell+2k}$.

$\ell^2 = k^2+3k+2k(\ell-k-1)+(\ell-k-1)^2+\ell-k-1 = k^2+3k+2k\ell-2k^2-2k+\ell^2+k^2+1-2k\ell-$
$-2\ell+2k+\ell-k-1 = \ell^2+2k-\ell$

$\ell^2+2k-\ell = \ell^2$ (I)-დან.

$2k-\ell=0$.

$2k=\ell$. სადაც $\ell \in N$, $k \in N$ და ~~ორივე ეკუთვნის $(a_n)$ მიმდევრობას.~~
$\ell^2 \in (a_n)$, $k^2 \in (a_n)$, რისი დამტკიცებაც გვინდოდა.